TRANSFORMASI KOORDINAT ANTAR DATUM (DARI DGN95 KE SRGI2013)

A. DESKRIPSI UMUM

Transformasi koordinat merupakan kegiatan menghitung nilai koordinat dari satu sistem koordinat ke sistem koordinat lainnya. Dalam proses transformasi koordinat ini diperlukan nilai-nilai parameter yang menghubungkan antara kedua sistem referensi tersebut. Nilai-nilai parameter transformasi tersebut didapatkan dari titik-titik sekutu, dimana titik-titik sekutu ini merupakan titik-titik stasiun referensi yang memiliki nilai pada kedua sistem koordinat yang terlibat dalam proses transformasi koordinat. Dalam proses transformasi koordinat DGN95 ke SRGI2013 ini yang dilakukan adalah murni transformasi antar datum, belum menyentuh transformasi antar *epoch* (waktu) datum. Perlu menjadi catatan disini, bahwa keduanya baik DGN95 ataupun SRGI2013 merupakan sistem koordinat kartesian geosentris (pusat sumbu koordinat diletakan di pusat massa bumi). Sehingga model transformasi koordinat yang dilakukan adalah transformasi koordinat kartesian 3 Dimensi (3D).

B. PENGERTIAN

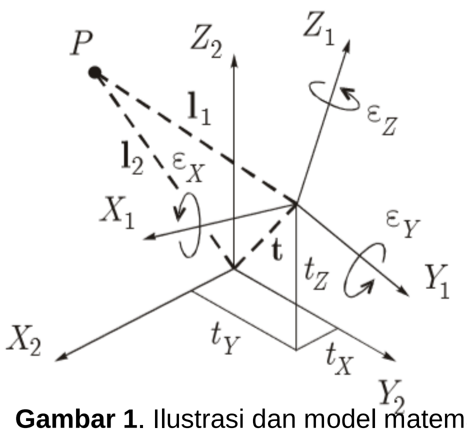
Transformasi koordinat dari koordinat SRGI2013 ke DGN95. Jenis koordinat yang ditransformasikan dapat berupa koordinat di sistem kartesian 3 dimensi atau sistem koordinat geodetik. Penjelasan lebih lanjut dapat diunduh pada tautan ini.

C. FUNGSI

Fungsi menu transformasi koordinat ini adalah untuk mengubah nilai koordinat SRGI2013 ke koordinat DGN95.

D. METODE IMPLEMENTASI TRANSFORMASI KOORDINAT DGN95 KE SRGI2013

Dalam implementasinya, transformasi koordinat DGN95 ke SRGI2013 menggunakan parameter-parameter transformasi yang dihitung melalui pendekatan perataan kuadrat terkecil (*leastquare*) dimana model matematik yang digunakan adalah model transformasi 3D Bursa-Wolf. Penamaan model transformasi 3D Bursa-Wolf ini sebagai wujud penghormatan atas gagasan yang disampaikan oleh M. Bursa (1962) dan H. Wolf (1963) terkait dengan metode transformasi pada jaring geodetik 3D dimana metode transformasi ini termasuk kedalam metode transformasi *conform* (mempertahankan bentuk). Berikut ini ilustrasi dan persamaan model matematik Bursa-Wolf.



$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_2 = s\, R_{ZYX} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_1 + \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{bmatrix}_2$$

Gambar 1. Ilustrasi dan model matematik transformasi koordinat Bursa-Wolf

Angka $_1$ dan $_2$ pada matrik kolom persamaan di atas menunjukan masing-masing sistem koordinat yang terlibat. Dalam hal ini nilai X, Y, Z pada masing-masing system koordinat 1 dan sistem koordinat 2. Huruf s menunjukan faktor skala, R_{XYZ} menunjukan matrik rotasi 3 x 3 (masing-masing rotasi pada sumbu Z $r_{Z,}$ sumbu Y $r_{y,}$ dan sumbu X r_X). $t_{X,}$ $t_{Y,}$ t_Z merupakan nilai translasi antara origin (pusat sumbu koordinat) sistem koordinat 1 ke sistem koordinat 2. Dalam bentuk vektor, persamaan tersebut dapat di formulasikan sebagai berikut.

$$1_2 = s\, R_{ZYX}\, 1_1 + t_2$$

Dimana $1_1 = [X \quad Y \quad Z]_1^T$ dan $1_2 = [X \quad Y \quad Z]_2^T$ adalah vektor posisi pada sistem koordinat 1 dan sistem koordinat 2. $t_2 = [t_X \quad t_Y \quad t_Z]_2^T$ adalah vektor translasi. Sudut rotasi pada transformasi 3D ini diasumsikan sangat kecil $\varepsilon_X, \quad \varepsilon_Y, \quad \varepsilon_Z$.

$$R_{ZYX} \cong R_s = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_Z & -\varepsilon_Y \\ -\varepsilon^Z & 1 & \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y & -\varepsilon_X & 1 \end{bmatrix}$$

Faktor skala di ekspresikan sebagai berikut.

$$s = 1 + ds$$

dimana ds nilainya sangat kecil dalam fraksi ppm (*part per million*). Secara praktis biasanya dinyatakan sebagai “mm per km”. Kemudian persamaan dalam bentuk vektor menjadi

$$1_2 = t_2 + (1 + ds)\, R_s\, 1_1$$

Dalam bentuk persamaan matrik menjadi

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_2 = (1 + ds) \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_Z & -\varepsilon_Y \\ -\varepsilon^Z & 1 & \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y & -\varepsilon_X & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_1 + \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{bmatrix}_2$$

Untuk rotasi matrik dengan sudut yang sangat kecil, inverse dari matrik rotasi R_s hasilnya adalah matrik transpose dari R_s ($R_s^{-1} = R_s^T$), artinya matrik tersebut adalah matrik orthogonal.

Selanjutnya dalam pelaksanaan hitungan *leasquare* matrik rotasi untuk sudut yang sangat kecil bisa dipecah sebagai berikut.

$$R_s = (I + U) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_Z & -\varepsilon_Y \\ -\varepsilon^Z & 0 & \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y & -\varepsilon_X & 0 \end{bmatrix}$$

Sehingga dalam bentuk vektor persamaannya menjadi

$$1_2 = (1 + ds)\ (I + U)1_1 + t_2$$

Dalam bentuk persamaan lanjutan menjadi

$$\begin{aligned} 1_2 &= (I + U)1_1 + ds\,(I + U)\,1_1 + t_2 \\ &= R_s 1_1 + ds\, I\, 1_1 + ds\, U\, 1_1 + t_2 \end{aligned}$$

Kemudian untuk keperluan praktis dinyatakan sebagai berikut

$$1_2 = R_s 1_1 + ds\, 1_1 + t_2$$

Dalam bentuk matrik menjadi

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_Z & -\varepsilon_Y \\ -\varepsilon^Z & 1 & \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y & -\varepsilon_X & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_1 + ds \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_1 + \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{bmatrix}_2$$

$$\begin{aligned} X_2 &= X_1 + Y_1\varepsilon_X - Z_1\,\varepsilon_Y + X_1\, ds + t_x \\ Y_2 &= -X_1\varepsilon_Z + Y_1 + Z_1\,\varepsilon_X + Y_1\, ds + t_y \\ Z_2 &= X_1\varepsilon_Y - Y_1\varepsilon_X + Z_1 + Z_1\, ds + t_Z \end{aligned}$$

Dalam bentuk matrik yang diperluas dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_2 = \left\langle \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0 & -Z & Y \\ Z & 0 & -X \\ -Y & X & 0 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\rangle_1 \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \\ \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \\ ds \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_1$$

Dimana t_X, t_Y, t_Z merupakan 3 parameter translasi, $\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z$ merupakan 3 parameter rotasi, dan ds merupakan parameter faktor skala. Jadi total untuk transformasi 3D dengan menggunakan model matematik Bursa-Wolf ini dibutuhkan 7 parameter transformasi. Dalam hal ini jumlah titik-titik sekutu yang diikutsertakan dalam penentuan parameter transformasi DGN95 ke SRGI 2013 adalah berjumlah 533 stasiun.

E. METODE PENENTUAN PARAMETER TRANSFORMASI DENGAN MENGGUNAKAN HITUNG PERATAAN PARAMETER

Persamaan matrik yang diperluas bisa disusun ulang dalam bentuk persamaan matrik observasi sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix}_2 + \left\langle \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0 & -Z_1 & Y_1 \\ Z_1 & 0 & -X_1 \\ -Y_1 & X_1 & 0 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{matrix} \right\rangle \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \\ \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \\ ds \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 - X_1 \\ Y_2 - Y_1 \\ Z_2 - Z_1 \end{bmatrix}$$

Dalam persamaan umum menjadi

$$v + B\,x = f$$

Dimana v adalah vektor residu, B adalah matrik koefisien, x adalah parameter transformasi yang dicari. Solusi perataan kuadrat terkecil atas persamaan diatas adalah sebagai berikut

$$x = N^{-1}t$$

dimana

$$N = B^T W\,B$$
$$t = B^T W\,f$$
$$W = Q^{-1}$$

Dalam hal ini Q adalah cofactor matrik, dan diasumsikan $W = Q^{-1} = I$ (matrik Identitas)

Dari hasil pengolahan dengan menggunakan 533 titik sekutu yang tersebar cukup merata di seluruh Indonesia, didapatkan parameter transformasi koordinat dari DGN95 ke SRGI2013 sebagai berikut.

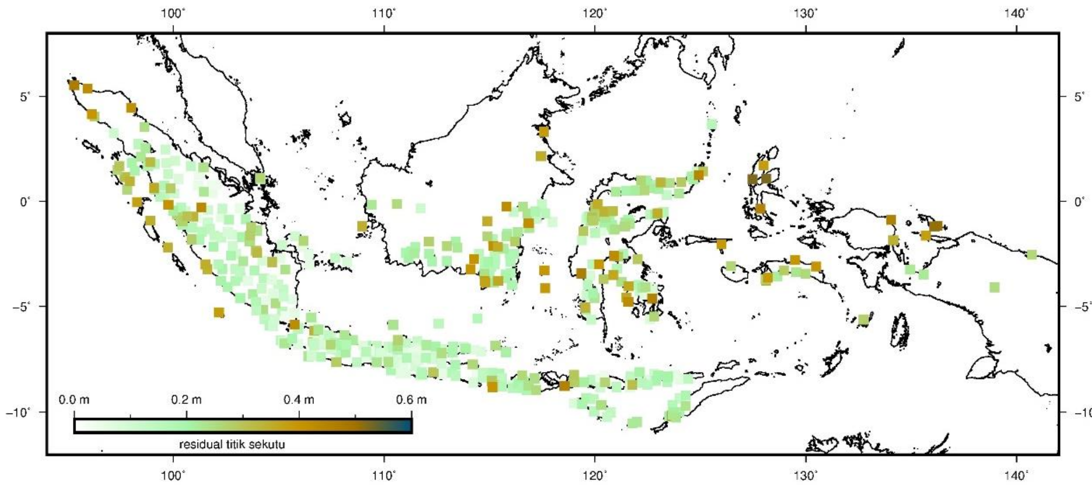
No	Parameter transformasi	Nilai
1	t_X	-0.2773 meter
2	t_Y	0.0534 meter
3	t_Z	0.4819 meter
4	ε_X	9.35E-08 radian
5	ε_Y	-2.86E-08 radian
6	ε_Z	9.69E-09 radian
7	s	0.999999972

Faktor skala

$$s = 1 + ds$$

$$ds = -0.000000028$$

Berikut ini adalah sebaran titik sekutu yang digunakan dan nilai residu yang didapatkan untuk memperlihatkan kualitas dari parameter transformasi koordinat yang dihasilkan.



Gambar 2. Sebaran dan nilai residu titik-titik sekutu. Rata-rata nilai residu 0.193 m, maksimum residu 0.525 m, dan minimum residu 0.020 m.

DAFTAR PUSTAKA

Deakin, R. E. 2006. A Note on The Bursa-Wolf and Molodensky-Badekas Transformation. School of Mathematical & Geospatial Sciences. RMIT University.